

«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПАРК»

Клод Брутер,

ESMA (European Society for Mathematics and the Arts) (Париж),

e-mail: bruter@me.com

Дмитрий Козлов,

НП «Математика и искусство» (Москва),

e-mail: info@mathpark.ru

Идея представить непосвященным и, в особенности, детям «осязаемую» математику (и вообще, точные науки), которую можно увидеть, потрогать, почувствовать, разумеется, не нова. Достаточно вспомнить Дом занимательной науки, организованный замечательным популяризатором Яковом Перельманом в Ленинграде в 1935 году (закрит в 1941 году в связи с началом войны). Однако именно в последние годы эта плодотворная идея обрела второе рождение, реализовавшись во всевозможных реальных и виртуальных математических музеях, выставках и т. п., с успехом функционирующих в самых разных точках земного шара. Мы представляем здесь два замечательных проекта из этой набирающей силу серии музейно-заповедной, наглядной математики: разворачивающийся француско-российский проект «Математический парк» – о нем рассказывают его организаторы и вдохновители Клод Брутер и Дмитрий Козлов – и Математический музей в Нью-Йорке глазами Евгения Бунимовича.

Ключевые слова: популяризация математики, математический музей, наглядная математика.

Современное состояние цивилизации характеризуется как усиливающейся дифференциацией различных областей знания, так и увеличивающимся разрывом между точными, естественными и гуманитарными науками. Единая культура распадается на все большее число субкультур, и границы между ними становятся все более непреодолимыми. С другой стороны, стремительное развитие информационных и коммуникационных технологий, их проникновение практически во все сферы повседневной жизни, требуют от людей, даже далеких от научно-технических проблем, уже не просто пользовательских навыков, но и сущ-

ностного понимания процессов и явлений, находящихся «по ту сторону интерфейса». Компьютер, то есть буквально «вычислитель», представляющий собой по сути математическую машину, не может стать по-настоящему доступным без знания или, по крайней мере, понимания математических принципов, на основе которых он функционирует. Также обстоит дело и с естественными науками: физикой, химией, биологией, фундаментальные основы которых пишутся на языке математики и без знания ее остаются недоступными. Мысль санкт-петербургского академика Леонарда Эйлера о том, что математика представляет собой «основу и ключ всего

человеческого знания», высказанная им еще в середине XVIII в., сегодня звучит как никогда актуально.

О том, как вызвать интерес к математике у подрастающего поколения в настоящее время задумываются в большинстве экономически развитых государств, желающих оставаться таковыми и в будущем.

Во многих городах уже существуют музеи науки с экспозицией в виде интерактивных экспонатов, взаимодействие с которыми осуществляется в форме игры, активного познания и обучения, и предназначенные в первую очередь для детей и школьников. Многие из этих экспонатов связаны с математикой. В конце 2012 г. был открыт первый в Мирове специализированный интерактивный музей математики в Нью-Йорке*.

Тем не менее, форма музея, пусть даже и с интерактивными экспонатами, имеет ряд существенных ограничений, проистекающих прежде всего из ее изначальной информационно-познавательной направленности. Гораздо большего результата можно достичь, если признать, что повышение интеллектуального уровня общества представляется истинно значимым лишь при условии, что оно сопровождается также и повышением его культурного уровня, в свою очередь инициирующего развитие разума.

Подлинная культура имеет универсальный характер: она не только художественная или литературная, но она также и научная. Так как среди других наук математика занимает центральное место, то необходимо всем желающим дать доступ к этой форме культуры.

* См. идущую следом заметку Е.А. Бунимовича «Математика в музеях – трогать руками разрешается!» – *Прим. ред.*

Любые научные дисциплины призваны способствовать формированию разума. Вклад математики в этот процесс трудно переоценить: она стимулирует как способности к логическому объяснению, так и к синтетическому восприятию. Математика пробуждает воображение, развивает склонность к наблюдению, тренирует мышление. Благодаря своей универсальности математика является подлинным средством понимания мира, используемым как в фундаментальных науках, так и в их технических приложениях.

Но, к сожалению, у многих на их пути к математике часто возникают препятствия, которые могут быть как психологического, эмоционального порядка, так и иметь интеллектуальный характер. Они также могут возникать и в результате несовершенства образования, что часто приводит к неправильно заложенным основам в этой области знания, что негативно влияет на качество дальнейшей работы и приводит к значительному сокращению высококвалифицированных специалистов и преподавателей по этой дисциплине.

В математике, как и в других областях науки, путь к знанию лежит через чувства.

Прежде, чем серьезно изучать что-либо, человек должен этим заинтересоваться.

Все эти соображения легли в основу проекта особого ландшафтно-архитектурного комплекса, получившего название «Математический парк». Проект предполагает создание взаимосвязанной системы небольших сооружений-павильонов, каждый из которых своей формой и внутренним содержанием представлял бы ту или иную область математики, её раздел или направление.

Цель проекта заключается в том, чтобы средствами архитектуры, скульптуры, декоративного и садово-паркового искусств

наглядно выразить фундаментальные математические идеи, сделав их таким образом доступными широкой публике. Внутреннее наполнение павильонов позволит посетителям парка увидеть и осмыслить особенности основных разделов математики. Планировка парка должна отражать связь отдельных разделов математики между собой, с учетом особенностей природного окружения и ландшафта местности.

Связь с природой является важнейшей составляющей проекта, так как математика составляет основу закономерностей природы, и эта идея должна быть выражена наглядно.

Главной целью создания парка является снижение психологических барьеров, которые у некоторых людей часто отбивают желание заниматься математикой. Это может быть достигнуто при помощи эстетических качеств многих математических объектов, которые вызывают ощущение красоты, пробуждающееся в каждом зрителе.

Всего лишь простое созерцание этих объектов и их отдельных свойств может вызвать восхищение, удивление и любопытство, что, в свою очередь, должно стимулировать посетителей парка приложить собственное усилие и понять значение того, что они увидели, а затем и попытаться пойти дальше, углубляясь в познание математических идей, которые им были продемонстрированы.

Для того, чтобы ощущать эстетику зданий, ландшафта и зеленых насаждений, любоваться их формами, их светом и разноцветьем, не требуется абсолютно никаких специальных знаний – не более, чем для созерцания любых памятников архитектуры или пейзажей. В результате публика всех возрастов сможет без лиш-

них усилий вступить в почти осязаемый контакт с основными фундаментальными принципами математики, прочувствовать и понять их значения, проникнуть в волшебный мир классической и современной математики.

Идею создания Математического парка более двадцати лет назад впервые выдвинул французский математик и философ Клод Брутер (*Claude Bruter*). В настоящее время К. Брутер является президентом Ассоциации по реализации и управлению математическим парком развлечений и исследований ARPAM (*Association pour la Réalisation et la Gestion d'un Parc de Promenade et d'Activités Mathématiques*) и президентом Европейского общества математики и искусства ESMA (*Société Européenne pour les Mathématiques et les Arts*).

Согласно К. Брутеру, эта идея возникла у него еще в сентябре 1989 г. во время коллоквиума в Лидсе (Великобритания), посвященного популяризации математики. Один из участников коллоквиума – Д. Блейн (*D. Blane*) из университета Монаша (Австралия) выступал с презентацией, в которой рассказывал, в частности, о том, как однажды, прогуливаясь со своими студентами по городу, он, воспользовавшись тем, что круглая площадка около торгового центра была вымощена маленькими каменными плитками, предложил им определить приближенное значение числа π . Во время этого доклада у К. Брутера возникла идея проекта парка, предназначенного для прогулок и математической деятельности, концепцию которого он и набросал в основных чертах. К. Брутер рассказал о ней другим участникам коллоквиума, в частности, известному французскому математику Ж.П. Кахану (*J.P. Kahane*), который поддержал его намерение развивать эту идею.

Посетитель парка сможет попасть внутрь зданий небольшого размера – павильонов. Площадь каждого из них будет составлять около 100 кв. м., а высота приблизительно 10 м. Они будут размещены в соответствии с общим замыслом парка на обширной покрытой деревьями местности, не нанося ущерб природным особенностям ландшафта. Проектом предусматривается создание по меньшей мере десяти павильонов. Их названия и архитектурные формы призваны создать яркие запоминающиеся образы, чтобы с их помощью представить публике непосредственно доступные и видимые математические факты.

Рассмотрим концептуальные решения павильонов Математического парка, представленные в том порядке, в каком они соотносятся с исторической последовательностью развития математики.

Первый павильон – «*Конус Аполлония*» (см. иллюстрации 1 и 2 на 3-й странице обложки), будет посвящен классической геометрии от Евклида до Декарта, обобщением которой является проективная геометрия. Павильон получил свое название в честь Аполлония Пергского (ок. 262–190 гг. до н.э.) – древнегреческого математика и астронома, автора знаменитого трактата о конических сечениях, который по праву считается одной из вершин математической мысли античности.

Понимание классической геометрии доступно уже в младшем школьном возрасте, и её педагогическое значение трудно переоценить. Геометрические доказательства используют отношения причинности, связывающие между собой отдельные математические факты. Они заставляют разум исследовать причины и открывать их следствия.

Доказательства классической геометрии, обычно довольно короткие, а потому доступные, формируют способность точного понимания содержания явлений и представляют собой мощные инструменты для развития рационального мышления.

Архитектурная форма павильона строится на основе геометрии конуса. Его внешняя поверхность, продолжение которой может быть развернуто в плоскость, будет служить экраном, на котором будут возникать классические геометрические фигуры. Движущиеся световые лучи будут проецировать геометрические построения, изображая некоторые из фундаментальных теорем. Управляемые компьютером проекторы будут в циклическом режиме показывать оптические и геометрические явления, наглядно демонстрируя свойства кривых второго порядка.

Следующий, второй, павильон получил название «*Рог изобилия*» и посвящен разделу математики, называемому классическим анализом. Он имеет дело с такими вопросами, как рост популяций, эволюция объектов, вычисление энергии через вычисления объемов. Понятие предела приводит к идеям приближения и сходимости, проблеме существования самого предела. Пределы устанавливают протяженность известных областей, что в свою очередь, приводит к вопросу о преодолении этих пределов.

Понятия, которые привносит математический анализ, слишком многообразны, чтобы их можно было проиллюстрировать во всей своей совокупности. Внешняя форма здания позволит уловить понятие приближения (а именно, приближение непрерывной функции ступенчатой функцией). Понятие сходимости станет видно непосредственно, если войти внутрь этого здания, построенного на основе золотого сече-

ния, которое характеризует рекуррентную последовательность чисел Фибоначчи.

Настенные изображения будут показывать рекуррентные свойства некоторых последовательностей и устанавливать их пределы. Среди них будут фрактальные формы и некоторые «предельные» кривые. Компьютерные программы и модели будут иллюстрировать явления сходимости последовательностей разных математических объектов.

Третий павильон называется «*Дом числа, или Отель Ферма*» и посвящен теории чисел. Форма этого здания будет основана на свойствах некоторых известных чисел, таких как e и π . Внешняя поверхность здания будет ярко освещена, в то время как ее внутренняя часть погружена во мрак, символизируя тот факт, что мир чисел все еще полон тайн.

Знаки, начертанные внутри здания, будут представлять собой десятичную запись указанных выше чисел, или иллюстрирующие известные теоремы и гипотезы. Предполагается использовать различные программные продукты, которые позволяют получать различные варианты представлений чисел (например, в форме цепных дробей) или примеры их использования (в частности, для кодировки сообщений).

Четвертый павильон – «*Обсерватория Гаусса*». При помощи этого сооружения предполагается дать иллюстрацию понятиям и фактам, встречающимся в дифференциальной геометрии. Одна из целей, в частности, состоит в том, чтобы предоставить средства для изучения и представления форм объектов в обычном пространстве. В дифференциальной геометрии важную роль играют два понятия: с одной стороны кривизна форм, а с другой стороны – кривизна метрики пространства. После разработки этих понятий в области

математики стало возможным создание фундаментальных физических теорий, таких как, например, теория относительности.

Здание будет состоять из основания, поверхность которого является математическим объектом, называемым минимальной поверхностью. Это основание будет поддерживать цилиндрическую башню, несущую на себе купол, на который можно попасть по геликоидальной лестнице. Купол, сферический по своей форме, будет частично прозрачным. Его прозрачная часть может закрываться подвижным экраном, представляющим собой часть плоскости, касательной к сферической поверхности купола. Изнутри на экран из скрытого источника будет направлен также подвижный луч света, отражаемый зеркалами специальной формы и вычерчивающий на экране кривые второго порядка. Непрозрачная часть купола будет использоваться для демонстрации понятия гауссовой кривизны. С помощью компьютерной анимации будут наглядно представлена сферическая геометрия, свойства мыльных пленок и минимальных поверхностей.

Пятый павильон по своей форме представляет собой известную геометрическую фигуру – *зонтик Уитни* и носит это же название. Это здание призвано наглядно выразить сразу два раздела математики: алгебраическую геометрию и комплексный анализ, которые имеют множество связей.

Факт существования структуры этого «зонтика» связан с четырьмя фундаментальными концепциями: особенностями, устойчивостью, бифуркациями и расслоениями. Компьютерная анимация будет иллюстрировать эти понятия.

Шестой объект Математического парка посвящен топологии и является не па-

вильоном, а элементом садово-паркового искусства – геогидрокомпозицией с названием «*Мосты Леонарда Эйлера*».

Топология возникает из изучения свойств фигур независимых от их размера и метрических свойств. Она занимается ограничивающими условиями основных форм, и поэтому она стала необходимым средством для изучения некоторых технических явлений, для исследования расположения молекул и для установки концепций фундаментальной физики. Доказательство, данное Л. Эйлером в 1736 г. утверждению о том, что невозможно пройти по семи мостам города Кенигсберга только один раз и вернуться в первоначальную точку, стало одним из первых топологических доказательств, позволяющих проиллюстрировать одно из основных понятий этого раздела математики – понятие связности.

Для наглядного представления кенигсбергской проблемы, на территории Математического парка предполагается создать небольшой водный бассейн специальной формы с островом посередине и переброшенные через него семь мостов (см. иллюстрации 3 и 4 на 3-й странице обложки). Посетитель парка сможет сесть на скамейку, насладиться зеленью окрестностей, восхититься красотой совершенных форм, размещенных на острове, таких как сферы и торы с одним или несколькими сквозными отверстиями, позволяющими проиллюстрировать понятие эйлеровой характеристики.

Седьмой павильон посвящен теории групп, которая играет очень важную роль как в физике, так и в математике. Так как принцип симметрии представляется наиболее наглядным и общедоступным из всего того, к чему приложима теория групп, то этот павильон получил название «*Храм симметрии*». Просветительское

предназначение этого здания состоит в том, чтобы познакомить широкую публику с существованием самого понятия группы, начать приобщать людей к этому понятию, исходя из примеров решения проблемы большой физической значимости, а именно понимания того, каким образом природа заполняет пространство.

Структуры, которые природа использует для заполнения пространства иногда представляют собой многогранники, в описании которых теория групп играет важную роль. Такие многогранники можно будет увидеть либо на гиперболической внутренней поверхности выпуклого покрытия здания, либо на верхнем фризе внешних стен. Два многогранника, один выпуклый, а другой звездчатый, вращающиеся вокруг одной из своих осей симметрии, будут расположены за пределами этого здания. Они будут использоваться как игровая площадка для маленьких посетителей парка.

Предполагается использовать целый ряд программных продуктов для того, чтобы объяснить фундаментальные симметрии и их организацию в группах. Они будут представлять методы замощения плоскости, расположение узоров на «фризах», построение многогранников и некоторые группы движения, гомотопические группы.

Восьмой павильон посвящен дифференциальной топологии. Это здание, поверхность которого полностью состоит из витражного стекла, как цветного, так и прозрачного, получило название «*Заузеленный витраж*».

Физический и, главным образом, биологический мир предлагают множество примеров структур с заузленными и переплетенными формами, которые и преобладают в архитектуре этого здания. На поверхность здания будут проецироваться

компьютерная анимация, иллюстрирующая способы построения некоторых из этих форм. Другие топологические операции будут продемонстрированы с помощью специальных моделей трансформируемых заузленных структур.

Девятый павильон, названный «*Сюрпризы Пуанкаре*», предназначен для представления идей движения и изменения, сыгравших огромную роль в процессе формирования современной математики. Внутренняя часть здания и содержание проекций, которые там предполагается демонстрировать, будут посвящены в основном иллюстрациям этих идей.

Десятый павильон – «*Светящийся тор*» должен представлять из себя здание в форме тора, выполненное частично из стекла. Оно позволит посетителям, находящимся внутри тора, наблюдать за эффектами, производимыми световыми лучами, направленными на прозрачные объекты с различным индексами рефракции. Этот павильон посвящен приложениям математики в области оптики.

Помимо системы основных павильонов проект предполагает также создание нескольких административных и вспомогательных зданий, формы и образные решения которых должны поддержать и дополнить собой общую архитектурно-ландшафтную композицию Математического парка. Одним из таких зданий станет зал собраний в форме амфитеатра – «*Амфитеатр Бурбаки*», названный так в честь Николая Бурбаки, коллективного псевдонима группы французских математиков. Трансформирующееся купольное перекрытие амфитеатра позволит использовать его как открытое или закрытое пространство в зависимости от сезона и времени суток. Это здание сможет служить местом театральных и музыкальных представлений, выставочным простран-

ством, аудиторией для конференций и семинаров.

Другое вспомогательное здание будет представлено в виде незавершенного архитектурного сооружения, сочетающего в себе различные формы и характерные черты известных геометрических и числовых конструкций. Оно получило название «*Незавершенное здание математики*», которое отражает идею незавершенности и потенциального роста – отличительных особенностей всего величественного здания математики.

В этом здании будет размещаться офис администрации парка. Холл здания будет служить выставочным залом для книг, кассет, компакт-дисков и других материалов по математике. В цокольной части со временем может быть устроена библиотека, посвященная взаимосвязям между искусством и математикой, а также содержащая аудиовизуальные материалы по вопросам преподавания математики.

Архитектурно-ландшафтное решение Математического парка предполагает создание целого ряда садово-парковых комплексов, логически сочетающихся с павильонами, к которым они примыкают. В частности, около павильона «*Конус Аполлония*» предполагается разбивка «*Проективного парка*», своей формой и планировкой выражающего принципы проективной геометрии и, в частности, перспективы. Около павильона «*Рог изобилия*» предусмотрена «*Поляна филлотаксиса*», план которой повторяет характерный рисунок двух круговых семейств спиралей, закрученных навстречу друг другу, подобно корзинке подсолнуха. Проходя по дорожкам-спиралям, посетители парка смогут наглядно убедиться в том, что в основе формообразования природы лежат строгие математические закономерности.

Комплекс «*Мостов Эйлера*», изначально задуманный как ландшафтный объект, будет окружен несколькими «*Клумбами Эйлера*» – островками травы и цветов, между которыми будут проложены дорожки причудливой формы и разнообразной длины, образующие перекрестки с разным числом разветвлений. В целом все это будет представлять собой плоские графы с клумбами-гранями, дорожками-ребрами и перекрестками-вершинами. Посетители смогут на собственном опыте убедиться, что эйлерова характеристика плоского графа не зависит от формы и количества его элементов. Полученное, таким образом знание, они без особого труда смогут перенести и на другие типы поверхностей, такие как сферы, торы и крендели, в форме которых будут выполнены сами мосты.

Рядом с «*Храмом симметрии*» расположится регулярный «*Сад симметрии*», в планировке которого посетители парка смогут обнаружить все 17 возможных типов плоских орнаментов, а на фасадах павильона также будут размещены их изображения. Полной противоположностью «*Саду симметрии*» станет «*Заузленный лес*» – естественное продолжение павильона «*Заузленный витраж*». Искривленные и переплетающиеся между собой стволы и ветви деревьев специальных пород послужат наглядным выражением запутанной и быстро растущей новой области математики – теории узлов.

Помимо основных и вспомогательных павильонов и примыкающей к ним системы ландшафтных ансамблей, на территории Математического парка предполагается создание разнообразных малых архитектурных форм, также призванных выражать собой те или иные математические принципы и гармонично сочетающихся с тематикой соседних с ними па-

вильонов и элементов ландшафта. Кроме того, парк может стать местом для размещения скульптурных произведений, изображающих математические объекты, а также разнообразных художественно-природных инсталляций.

В июле 2010 г. в Институте математики им. Анри Пуанкаре в Париже была проведена Первая учредительная конференция Европейского общества математики и искусства (ESMA), в задачу которой входит координация деятельности художественно-математической общности стран Европы. Одной из тем, обсуждавшихся на конференции, был проект Математического парка, для осуществления которого потребуются объединенные усилия специалистов из разных стран в области науки, искусства и образования. Авторы проекта проявили заинтересованность в том, чтобы расширить его границы, превратив проект из исключительно французского в международный.

В итоге была выдвинута идея о создании сразу двух Математических парков – одного во Франции, а другого в России*.

Эти парки не будут точными копиями друг друга. Каждый из них должен отражать национальную и историческую специфику развития математики своей страны. При этом между ними неизбежно будет и много общего, что следует из принципиального единства математической науки. Два парка будут представлять собой две узловых точки элементарной сети, к которой, по мере ее роста и развития, впоследствии будут подсоединяться и другие аналогичные парки, построенные в иных регионах или странах.

* Адрес сайта российской части проекта: www.mathpark.ru.

Параллельно с проектированием и строительством сети математических парков, в Интернете будет формироваться сеть виртуальных математических парков, представляющая собой взаимосвязанную систему интерактивных порталов, позволяющую совершить виртуальное путешествие по любому из реальных парков и посетить любые их павильоны, как уже функционирующие, так и пока лишь строящиеся или проектируемые.

К системе порталов сети виртуальных парков смогут подключаться общеобразовательные и специализированные школы, университеты, библиотеки и научные организации всего Мира. В каждой школе может быть создан свой виртуальный кабинет математики, непосредственно связанный с глобальной сетью математических парков, через который будет осуществляться совместная творческая деятельность ученых и школьников, орга-

низованная по принципу обратной связи. В результате новейшие мировые достижения в области обучения и популяризации математики станут доступными для всех учебных заведений, подключенных к Всемирной сети.

Возможность доступа к ресурсам сети виртуальных математических парков на базовом уровне должна также свободно предоставляться любому пользователю Интернета. Отдельные специализированные программы, такие как курсы лекций по отдельным разделам математики, Интернет-семинары, мастер-классы ведущих мировых специалистов и т. п. могут, при определенных условиях, распространяться и на коммерческой основе. В итоге виртуальная сеть математических парков может стать центром кристаллизации математического знания всего человечества, уникальным интеллектуальным ресурсом планетарного масштаба.

МАТЕМАТИКА В МУЗЕЯХ – ТРОГАТЬ РУКАМИ РАЗРЕШАЕТСЯ!

Ровно десять лет назад, в 2004 г., в один из рабочих дней X Международного конгресса по математическому образованию, проходившего в Копенгагене, мы с коллегами еле выкроили в очень насыщенной программе свободный час, чтобы забежать в музей науки – Экспериментариум.

Мне и раньше доводилось побывать в музеях такого рода в разных странах, и меня уже не удивляло, что в отличие от наших традиционных музеев, где всюду висят красные ограничительные шнуры и грозные таблички «Руками не трогать!», а экспонаты находятся под надёжной за-

щитой бронированного стекла и суровых смотрительниц, здесь можно было трогать, дергать, вращать и пробовать всё. В Экспериментариуме посетителей приглашают принять участие в 300-х увлекательных экспериментах. Не удивительно, что Экспериментариум – один из самых популярных музеев страны, куда каждый год приходят сотни тысяч посетителей всех возрастов.

Как и в других музеях подобного рода, экспозиция музея в Копенгагене в основном связана с естественными науками – с физикой, химией, биологией, а также с при-